



KLINGENDE ZAHLEN

Mathematik hören – mit Musik rechnen

1. Oktober 2003 bis 22. Februar 2004

Eine Ausstellung für Kinder von 7 bis 12 Jahren unter
der Schirmherrschaft von Nikolaus Harnoncourt

Begleitmaterialien von Robert Michael Weiß

V.1.1

In Kooperation mit dem **bm:bwk**
Bundesministerium für Bildung, Wissenschaft und Kultur

VORWORT

Ein Satz wie „Musik ist die höchste Mathematik“ oder der Gedanke, daß die Verhältnisse der Maße der Weltenkörper eine Sphären-Harmonie, eine *himmlische Musik* ergeben, zeugen von einer langen Geschichte des Verständnisses für die Verwandtschaft zwischen Musik und Mathematik.

Mathematik wird oft genug als bloße Rechenfertigkeit verstanden – hier wollen wir uns mehr mit ihren künstlerisch-kreativen Aspekten beschäftigen: Zusammenhänge und Unterschiede erkennen, Regeln, die dahinterstecken, erfassen... Wenn wir so etwas nicht nur mit dem Intellekt tun, sondern auch ein Gefühl dafür entwickeln – sprechen wir nun (noch) über Mathematik oder (schon) über Musik?

Musik wiederum läßt sich als eine Zeit-Kunst betrachten, da sich alle musikalischen Phänomene in verschiedenen Zeit-Dimensionen (die wir natürlich mathematisch beschreiben) entfalten:¹

In der Dimension von Stundenbruchteilen erleben wir ein ganzes Musikstück und dessen musikalische Form, in Minutenbruchteilen die Dauern der einzelnen Töne, also Rhythmen oder Takte, in der Dimension von Sekundenbruchteilen schließlich die verschiedenen Schwingungszahlen der Töne als die verschiedenen Tonhöhen.

Mit einer solchen Methodik läßt sich ein Weg (einer von vielen!) durch die Ausstellung finden: Beginnend bei den einfachen, grundlegenden Phänomenen von Zeit-, Zahl- und Tonverhältnissen - aufbauend bis hin zum Umgang mit den komplexen Strukturen in der Gestaltung ganzer Musikstücke.

Die Ausstellung muss nicht unbedingt in dieser Reihenfolge besucht werden. Der Spielfreude und Neugier der Kinder sollen keine Grenzen gesetzt sein, sie werden in den einzelnen Stationen viele Dinge erleben können und dürfen, die über die bloße Vermittlung eines Inhaltes hinausgehen. Auch sind die Stationen mit Rücksichtnahme auf die bunte Vielfalt der Materie und nicht zuletzt auf Grund akustischer Gegebenheiten bewußt kontrastierend und abwechslungsreich angeordnet.

Eine Vorbereitung auf einzelne Exponate kann das Verstehen der wesentlichen Zusammenhänge erleichtern. Für das systematische Zusammenfassen und Einordnen der eigenen Entdeckungen bietet sich aber eine Nachbearbeitung im Sinne der Reihenfolge der einzelnen Kapitel an.

Dafür sind auch diese Materialien in erster Linie gedacht; als kleines Nachschlage- und Ergänzungswerk, Hinweis auf weiterführende Tätigkeiten und Literatur.

¹ Ein Gedanke des deutschen Komponisten Karlheinz Stockhausen (geb. 22. August 1928)

SYSTEMATIK

Mathematik hören – das erscheint nicht unmöglich, wenn man bedenkt, dass die Musik mit ihren unmittelbar erlebbaren Strukturen auch mathematische Strukturen und Gegebenheiten abbildet!

Musik „funktioniert“ im Rahmen genauer physikalischer und mathematischer Gesetzmäßigkeiten – und „Funktion“ als zentraler mathematischer Begriff bedeutet Abbildung, Zuordnung.

Das ist sowohl als Metapher zutreffend, gerade so, wie ein Musikstück bestimmte Bilder beim Zuhören hervorruft, oder wie man Tongruppen bestimmte Bedeutungen zuordnen kann, aber auch auf einer rein technischen Ebene.

So wie eine mathematische Funktion als eine kleine Maschine betrachtet werden kann, die bei ganz bestimmten Eingaben ganz bestimmte Dinge - Resultate - erzeugt, sind Musikinstrumente Geräte, bei denen aufgrund ihrer physikalischen Voraussetzungen bestimmten eingebauten oder beim Spielen gewählten Parametern ganz bestimmte Klangresultate zugeordnet sind.

Einer der wichtigsten Parameter der Physik und Mathematik des Musizierens, aber auch für die Rezeption von Musik ist die Zeit.

Um also einen Weg von der Mathematik zur Musik in ihren vielfältigen Formen zu beschreiten, können wir systematisch mit einfachsten Zahlen– und damit Zeitverhältnissen beginnen.

Die Dimensionen dieser Zeitverhältnisse sind durch unsere Wahrnehmungsfähigkeit abgesteckt: Etwas, das zwischen ungefähr 20 und 20.000 mal in der Sekunde geschieht – und zwar regelmäßig! – wird als Ton in verschiedener Tonhöhe wahrgenommen. Tonhöhe und Frequenz hängen dabei zusammen: je öfter die Schwingung pro Zeiteinheit, desto höher der Ton.

Die Verhältnisse der Frequenzen verschiedener Töne zeigen interessante „musikalische“ Eigenschaften: einfache Zahlenverhältnisse werden auch als gut hörbare, einfache, „schöne“ musikalische Tonverhältnisse wahrgenommen. Das funktioniert überraschenderweise nicht nur auf der Ebene von Brüchen aus kleinen ganzen Zahlen, sondern auch auf höherer mathematischer Ebene!

Alles, was langsamer als zwanzigmal in der Sekunde geschieht, wird als einzelnes Schallereignis wahrgenommen, bis hin zu jener Grenze, an der der Eindruck eines rhythmischen Zusammenhanges in das Empfinden von musikalischer Form übergeht. Wieder finden sich Spielregeln für den Umgang mit

dieser Art von Zeitabschnitten: Metrum, Takt und Rhythmus sind die musikalischen Bausteine auf dieser Ebene. Wurde mit den unterschiedlichen Tonhöhen in Schwingungen pro Sekunde mit der Einheit „Hertz“ gerechnet, betrachten wir unterschiedlich schnelle Abfolgen rhythmischer Phänomene als unterschiedliches Tempo und messen in BpM – Schlägen (beats) pro Minute.

In diesen längeren Zeitabschnitten geschieht so viel Komplexeres, dass wir es nicht mehr mit einfachen Zahlenverhältnissen zu tun haben, sondern mit den Verhältnissen größerer Strukturen zueinander: Ähnlichkeiten und Verschiedenheiten, Symmetrien, Variationen, Kombinationen (im musikalischen und im mathematischen Sinn).

Wir können nun also wirklich „mit Musik rechnen“ – und das wäre jener andere Weg, der vom umfangreichen, vielfältigen, komplexen, interessant strukturierten Musikstück wieder zurück führt zu seinen einzelnen Bausteinen: Tönen in verschiedener Höhe, Dauer, Klangfarbe, Lautstärke. Auch in dieser umgekehrten Richtung läßt sich die Systematik lesen – vom Endresultat zurück zu den Anfängen – analytisch, die einzelnen Parameter wiederfindend.

Doch dabei haben wir zuvor schon ein ganzes Musikstück erlebt und es soll nicht unerwähnt bleiben, dass Musik natürlich mehr ist als bloße Mathematik, mehr als das bloße Befolgen von Regeln und Einhalten von Strukturen. Gerade das Erweitern der Regeln, ja sogar das Brechen von Regeln, ein spontaner, freier Umgang mit dem musikalischen Material verweist auf einen Bereich jenseits von Kompositionsalgorithmen, auf Kreativität, die wir (noch?) nicht in Regeln erfassen können.

Die Ausstellung kann ein so weites Feld natürlich nur exemplarisch behandeln, eine vollständige Systematik im Sinne der Berücksichtigung aller mathematischen Bezüge oder z. B. aller möglichen Arten von Musikinstrumenten würde auch einen viel größeren Rahmen sprengen. Auch soll, trotz der elementaren Orientierung an einer jungen Zielgruppe nicht allzusehr der bloße physikalisch-technische Aspekt hervorgehoben werden. Es soll aber eine solide be-greifbare Grundlage geschaffen werden für das Wiedererkennen von Phänomenen in späteren mathematischen und musikalischen Zusammenhängen, Phänomenen, die hier vielleicht das erste Mal eindrucksvoll und mit großer Spielfreude erlebt werden konnten.

ÜBERSICHT

Die „Beschriftung“ der Exponate und Stationen in der Ausstellung erfolgt vorwiegend durch Piktogramme. Diese wollen assoziativ auf mathematische Inhalte und Querverbindungen hinweisen, zum Nach-Fragen und Nach-Denken anleiten. In der folgenden Übersicht sind die einzelnen Stationen -

abweichend von der physischen Reihenfolge der Exponate in der Ausstellung - nach Themengruppen mathematischen Inhalts gegliedert. Die Erlebnisse und Erfahrungen in der Ausstellung lassen sich so in einem sinnvollen linearen Zusammenhang rekapitulieren.

I. Zeit und Zeitverhältnisse

1. Wahrnehmung von Zeitmustern als musikalische Elemente

Mathematischer Schwerpunkt: Regelmäßigkeit und Unregelmäßigkeit

- ZeitZaun
- BioBeat

2. Regelmäßigkeiten

Mathematischer Schwerpunkt: stehende Wellen

- Tunnel der ganzen Zahlen: Schwingungsknoten (WellenLatte und RöhrenGlocke)

3. Wahrnehmung unterschiedlicher Zeitmuster als unterschiedliche musikalische Phänomene

„schnelle Regelmäßigkeit – Ton, langsame Regelmäßigkeit – Metrum“

- Sirene

II. Ton und Tonverhältnisse

1. Die Tonhöhe

Mathematischer Schwerpunkt: Funktionale Abhängigkeit

- WalkingBass

2. Parameter für die Tonhöhe

Wie lässt sich bei einem Instrument die Tonhöhe verstellen?

Mathematischer Schwerpunkt: Abhängigkeit von Parametern (hier: Länge, Masse, Spannung)

- PumpOrgel
- ParameterGlocken

3. Intervalle und Tonstufen

Mathematischer Schwerpunkt: ganzzahlige Verhältnisse, Teilungen

- Tunnel der ganzen Zahlen: Monochord (mit verstellbarer Saitenspannung) – Katastrophenmaschine nach Zeeman
- Tunnel der ganzen Zahlen: Klingende Zahlen (Monochorde mit festen Stegen)
- Tunnel der ganzen Zahlen: Teilen mit dem Ohr (Monochorde mit verschiebbaren Stegen)

4. Bildung von Tonsystemen

Mathematischer Schwerpunkt: kontinuierlich und diskret

- TonStufen und GlissandoRutsche
- StimmenWunder

III. Strukturen in Musikstücken

1. *grobes und feines Zählen*

Mathematischer Schwerpunkt: Proportionen, Muster, Perioden, Einheiten (fein/grob)

Metrum

- OmeleMaschine
- HerzSchlag

Takt

- Auftakt zum Tanz

Rhythmus

- Beschwörung des Trommlers

2. *Komponieren*

Mathematischer Schwerpunkt: Änderung und Ähnlichkeit, Koordinatensysteme, Dimensionen

Notation / musikalische Koordinatensysteme

- BitByteBeat
- SpielWerk
- MöbiusSchleife
- DJ „zyx“

Kompositionsparameter

- VariationsKasten

Kompositionsstrukturen

- BackGround
- WalzerWürfelSpiel
- LoopDisco

IV. Anwenden und Spielen

- gameboy music club
- Groovebox

Die STATIONEN

... katalogartig aufgelistet, vorgestellt in kurzen Beschreibungen, mit allfälligen Verweisen auf Vorbereitungs-
möglichkeiten und Material zur Nachbearbeitung

... dazu kurze Kopftexte zu den einzelnen Kapiteln

I. Zeit und Zeitverhältnisse

Grundlagen für das Musizieren und das Hören

Ein musikalischer Ton mit erkennbarer Tonhöhe ist, im Unterschied zum „beliebigen“ Geräusch, eine Mischung aus regelmäßigen Schwingungen in ganz bestimmten, wohlgeordneten Verhältnissen.

Wohl können wir Geräusche auch zum Musizieren heranziehen; bei bestimmten Schlaginstrumenten mit nicht festgelegter Tonhöhe ist das ja der Fall, doch das musikalische Element der „Regelmäßigkeit“ ist dann durch die sich wiederholenden Muster jener Rhythmen gegeben, die auf solchen Instrumenten produziert werden.

Sowohl diese „langsameren“ als auch die „schnelleren“ Phänomene der Tonhöhe sind also Zeitphänomene, wir beschreiben und berechnen sie mit Zahlen und in mathematischen Verhältnissen.

Grundlagen für einen mathematischen Umgang mit den einfachsten musikalischen Elementen: Tonhöhe, Metrum, Takt, Rhythmus,

Die Töne eines Musikstückes stehen in sinnvollen Beziehungen zueinander. Ebenso stehen die Elemente einer mathematischen Aussage in einer sinnvollen Beziehung zueinander. Beides verweist auf ein funktionierendes System, ein Regelwerk.

Tonhöhe, Metrum, Takt und Rhythmus sind die elementarsten musikalischen Elemente, sie sind auch am einfachsten aufeinander zu beziehen.

Ihre Beziehung zu bestimmten Zeitabschnitten stellt das Bindeglied dar: Tonhöhen lassen sich jeweils einer bestimmten Anzahl von Schwingungen pro Zeiteinheit zuordnen.

Betrachtet man die Schwingungen als eine stete Wiederkehr gleicher Ereignisse, lassen sie sich natürlich auch mit der steten, regelmäßigen (!) aber langsameren Folge von Schallereignissen vergleichen, die wir als Metrum kennen. Solch ein Metrum, wiederum regelmäßig gruppiert, wird zum Takt, innerhalb dessen sich die Vielfalt des Rhythmus entwickeln kann.

Sprechen wir von einem bestimmten Rhythmus, denken wir aber auch an mindestens eine Wiederholung eines solchen Musters, es würde sonst ja gar nicht wiedererkannt.

I. 1. Zeit und Zeitverhältnisse:

Wahrnehmung von Zeitmustern als musikalische Elemente

Wiederholung und Abgrenzung erscheinen als die elementarsten Notwendigkeiten, eine Folge von Schallereignissen in einem musikalischen Zusammenhang wahrzunehmen.

Ein „Wiedererkennungswert“ von Strukturen gewährleistet, dass wir uns in einem Stück zurechtfinden. Aber selbst ein Musikstück in Form eines einzigen Fließens von sich niemals wiederholenden Klängen wird durch seinen konkreten Anfang und sein Ende zu einem Muster, welches beim nochmaligen Hören eine Wiederholung erfährt und Wiedererkennung ermöglicht.

Die Klänge selbst werden wiederum als „musikalisch“ wahrgenommen, wenn sie in sich planmäßige Relationen aufweisen: seien es die traditionellen Harmonien, abgeleitet aus den Obertonverhältnissen der Einzeltöne, seien es z. B. planmäßige Lautstärken- oder Klangfarbenverläufe in einem Stück elektroakustischer Musik, seien es die bloße Einsatzfolge von Natur- oder Umweltgeräuschen in einer Klangmontage...

STATION: ZeitZaun

Entlang einer klingenden Grenze - Ein Objekt von Michael Bradke

Begriffe und Phänomene:

- regelmäßig, unregelmäßig
- Rhythmus
- Chaos

Beschreibung:

Die unterschiedlich regelmäßige Anordnung von Zaunlatten, an denen mit kleinen Stöckchen entlanggestrichen werden kann, produziert unterschiedliche Phänomene: Zeiteinteilungen von Pulsen, Takten, Rhythmen bis hin zu einer „nur mehr“ als Tonhöhe wahrnehmbaren ganz schnellen Folge von Schallereignissen.

Die Kinder finden Abschnitte mit sowohl regelmäßig als auch unregelmäßig angeordneten Zaunlatten vor. Was wird als „Muster“ empfunden?

Wären die Latten ganz schmal und befänden sie sich ganz dicht nebeneinander, würde bei schnellem Entlanglaufen der Rhythmus in die Vorstellung von Tonhöhe umschlagen.

Zur Nachbearbeitung / zum Weiterspielen / zum Basteln:

Wo finden wir Oberflächen mit einer derart regelmäßigen Beschaffenheit, dass sie beim Darüberstreichen „klingen“? Und was produzieren sie da? Einfache oder vielfältigere Muster, sich wiederholende Geräuschfolgen. Eng geriffelte Oberflächen produzieren durchaus wahrnehmbar verschiedene Tonhöhen – diese ist davon abhängig, wie oft sich das Geräusch innerhalb eines bestimmten Zeitraumes wiederholt: entweder sitzen die geräuscherzeugenden Elemente näher beieinander, oder es wird schneller darübergestrichen.

Es wäre spannend, herauszufinden, ob: ich durch „unregelmäßiges Entlangfahren am Zaun“ das selbe Muster produzieren kann, wie es die unregelmäßig angeordneten Latten beim gleichmäßigen Entlangfahren liefern? ... ob ich durch „entgegengesetzt unregelmäßiges Entlangfahren“ aus dem unregelmäßigen Muster wieder ein regelmäßiges machen kann?

Die Anordnung der Latten alleine liefert also noch kein bestimmtes Muster; mein Entlangfahren, und zwar auf eine bestimmte Art und Weise, ist unbedingt notwendig!

STATION: BioBeat

Vom Geräusch zur Musik - Ein Klangbaukasten von Michael Bradke.

Begriffe und Phänomene

- regelmäßig, unregelmäßig
- Periodizität

Beschreibung

Regelmäßigkeiten in den Klängen in unserer Umwelt sind zu hören und zu erraten: Zikadengesang, Atem, Herzschlag, Schnarchen, ein Tropfen sowie Uhrenticken...

Gleichzeitig regen die Klangbeispiele dazu an, sie sinnstiftend zusammenzufügen – der Ursprung des Entstehens eines Musikstückes.

Zur Vorbereitung

Was lässt uns überhaupt erkennen, dass etwas „regelmäßig“ ist?

Was „sieht regelmäßig aus“? (Ein Brückenschlag zu geometrischen Formen, aber auch zu deren möglicher Anordnung in – regelmäßigen oder unregelmäßigen - Mustern ...)

Was „geschieht regelmäßig“? (Es gibt ja auch Begriffe wie „Essensrhythmus“ oder „Schlafrythmus“; wir können weitere Klänge und Geräusche finden und als regelmäßig oder unregelmäßig identifizieren.

Zur Nachbearbeitung / zum Weiterspielen / zum Basteln:

Es lassen sich auch selbst und zwar durchaus im Sinne „noch nicht wirklich musikalischer Klänge“ solche Geräusche produzieren.

Vielleicht kann man auch eine Zuordnung zwischen Klängen und geometrischen Formen erstellen: was klingt „rund“, was „eckig“...?

Regelmäßige und unregelmäßige Formen können ausgeschnitten werden, wobei auffällt, dass das Erzeugen von Regelmäßigkeit mehr Sorgfalt und Genauigkeit – also mehr Aufwand erfordert.

I. 2. Zeit und Zeitverhältnisse: Regelmäßigkeiten

Alles musikalisch und „als musikalisch“ Wahrgenommene unterliegt Regelmäßigkeiten: Auf der Ebene des Materials oder auf der Ebene, wie es zum Einsatz gebracht wird. Auf der Materialebene (Töne, Rhythmen) ließe sich das Phänomen der Resonanz, also des Mitschwingens, des Übernehmens einer Schwingung als gute Erklärung anführen, im übertragenen Sinn trifft das auch auf die Ebene des Materialeinsatzes zu. Bloß findet das „Mitschwingen“ hier nicht auf der physischen Ebene, sondern auf der psychischen Ebene des Mit- und Nachvollziehens der komponierten Strukturen statt.

Mathematisch gesehen lassen sich auch nur Schwingungskomplexe mit hinlänglich regelmäßiger Struktur – also periodische Ereignisse – durch bestimmte Transformationen in klar definierte reine Einzelschwingungen zerlegen. Diese Formeln bilden übrigens die Grundlage für Klangerzeuger modernster Bauart, die tatsächlich solche Klänge aus lauter Einzelschwingungen aufbauen, „errechnen“. (Die mathematische Disziplin dazu heißt bezeichnenderweise „Harmonische Analyse“.)

STATION: Tunnel der ganzen Zahlen – Schwingungsknoten (WellenLatte und RöhrenGlocke)

Gevierteltes... von Michael Bradke

Begriffe und Phänomene

- Stehende Wellen
- Schwingungsknoten -Schwingungsbauch
- relativ und absolut
- Proportionen

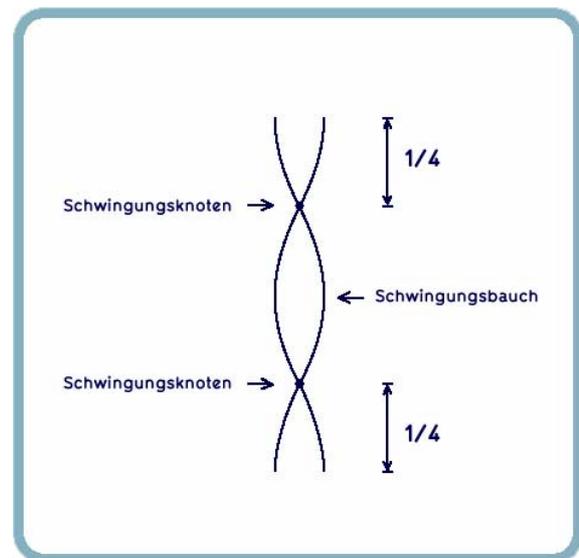
Beschreibung

WellenLatte:

Eine aufrecht stehende dünne Latte wird von einem Motor in Schwingung versetzt. Am oberen Ende wird der Schwingungsknoten sichtbar. Der Schwingungsknoten liegt bei einem Viertel der Länge und ist farbig markiert.

Gleich daneben findet sich die ebenso lange RöhrenGlocke

Sie klingt wunderbar tief, lang und leise. Mit dem Fingerspitzen kann man behutsam an der Röhre entlang fahren und die Schwingung deutlich als Kribbeln spüren. Auch die Röhrenglocke ist bei (ungefähr) einem Viertel der Länge gebohrt und aufgehängt – weil sie sich wie die lange Latte hier nicht bewegt. Das ist somit sichtbar und spürbar geworden.



Zur Nachbearbeitung / zum Weiterspielen / zum Basteln:

Auf Saiteninstrumenten, besonders einfach und anschaulich bei Gitarren, lassen sich sogenannte Flageolett-Töne produzieren, indem der Saite an bestimmten Stellen durch zartes Berühren mit dem Finger Schwingungsknoten „aufgezwungen“ werden. Das funktioniert aber nur an bestimmten Stellen – so wie die Röhrenglocken an einer ganz bestimmten Stelle aufgehängt sein müssen, an der sie eben nicht schwingen. Diese Tatsache ist auch beim Bau von Xylophon und Vibraphon bedeutungsvoll: Die schwingenden Platten sind an den Vierteln ihrer Länge gebohrt.

Das Prinzip der Flageolett-Töne sehen wir auch bei der Saite / dem "Monochord" mit verstellbarer Spannung

I. 3. Zeit und Zeitverhältnisse:

Wahrnehmung unterschiedlicher Zeitmuster als unterschiedliche musikalische Phänomene

Das erscheint zunächst trivial, wird aber faszinierend, wenn man bedenkt, dass bloßes Schnellerwerden von einzelnen Schallereignissen plötzlich in ein Schallereignis ganz anderer Qualität umspringt, dass nämlich bei über 20 Ereignissen pro Sekunde ein Dauerton wahrnehmbar wird.

Man könnte auch formulieren:

„schnelle Regelmäßigkeit – Ton / langsame Regelmäßigkeit – Metrum“

STATION: Sirene

höher ... kurbeln – schneller ... hören? von Michael Bradke

Begriffe und Phänomene

- Funktion
- Funktionale Abhängigkeit
- Frequenz

Beschreibung

Abhängig vom verschieden schnellem Drehen einer Kurbel produziert eine sich drehende gelochte Scheibe, gegen die ein Luftstrom gelenkt wird, Töne in unterschiedlicher Tonhöhe: Je schneller (man dreht) ... desto höher.

Der Schall wird hier gut erkennbar als schnelle Folge von Einzelereignissen produziert (Luftunterbrechung durch einzelne Löcher). Die Geschwindigkeit von deren Abfolge steht in einem direkten Verhältnis zur wahrnehmbaren Tonhöhe. Ist die Aufeinanderfolge der Einzelereignisse zu langsam, wäre eben kein Ton, sondern tatsächlich eine Reihe getrennt unterscheidbarer Geräusche wahrzunehmen: Die „schnelle Regelmäßigkeit liefert also den Ton, die „langsame Regelmäßigkeit“ ein Metrum.

Zur Nachbearbeitung / zum Weiterspielen / zum Basteln:

Die Station ist die „Fortsetzung“ des ZeitZaunes in Bereiche größerer Geschwindigkeit, höherer Frequenz und damit höherer Tonhöhe. Ja Tonhöhe überhaupt: Der Zaun hat uns vom Rhythmus her an die Grenze zwischen Metrum und Tonhöhenwahrnehmung als dessen „Obergrenze“ geführt, die Sirene hat nun das „Zerfallen“ in Einzelereignisse als „Untergrenze“. Als Gedankenexperiment ließe sich der ZeitZaun zu einem Kreis biegen, in dem man sich mit seinem Stäbchen schneller und immer schneller um seine eigene Achse dreht...

Wir kennen vom Fahrrad Vorrichtungen, bei denen Kartonstreifen die Speichen des sich drehenden Rades berühren und so ein „Motorengeräusch“ erzeugen. Das läßt sich mit der Hörerfahrung von z.B. einem Traktor vergleichen, dessen Motordrehzahl ebenfalls an der Grenze zwischen einzeln hörbaren Zündungen (langsames Tuckern am Stand) und einem als Tonhöhe wahrnehmbaren Brummen in Fahrt liegt.

II. Ton und Tonverhältnisse

Der musikalische Ton ist als solcher bereits ein Gemisch von vielen verschiedenen, allerdings in einem bestimmten Verhältnis zueinander stehenden Schwingungen. Selbst eine Schwingung mit nur einer einzigen Frequenz würde durch die mechanischen Gegebenheiten in unserem Ohr mit dort entstehenden zusätzlichen Schwingungen vermischt. Solche Teiltöne, auch Partialtöne genannt, sind aber auch Grundlage für unser Musizieren: Viele Instrumente gewinnen ihren Tonvorrat, indem sie dieses Phänomen ausnutzen und beispielsweise durch das unterschiedliche Anblasen ein und der selben Röhre verschiedene Tonhöhen erzeugen können.

Dass es eine Beziehung zwischen Ton- und Zahlenverhältnissen geben muss, ist eine gut 2500 Jahre alte Erkenntnis. Schon Pythagoras² stellte einen Zusammenhang dar in der Form, dass Musik durch ihr Zahlenprinzip Abbild der (gleichen Prinzipien gehorchenden) Weltordnung sei, als Kunst aber wiederum Einfluss auf das Gemüt und den Charakter des Menschen ausübe.

Alltäglicher ausgedrückt: er experimentierte am Monochord mit der Teilung von Saiten in einfache ganzzahlige Verhältnisse und erzielte so musikalische Intervalle, denen auf Grund ihrer einfachen Verhältnisse ein Wohlklang, also Konsonanz zugeschrieben wurde. Intervalle mit komplexeren Zahlenverhältnissen galten dementsprechend als dissonant.

Tatsächlich finden sich in der oben erwähnten Teiltonreihe aber genau diese einfachen Zahlenverhältnisse zwischen den Frequenzen der Partialtöne. Dabei treten musikalisch interessante, „neue“ Töne immer bei Partialtönen auf, die gegenüber dem Ausgangston ein Primzahlenverhältnis aufweisen.

Es ist bemerkenswert, dass ein gewisser Marin Mersenne³, Gambist und Verfasser einer Harmonielehre als Mathematiker viel bekannter ist, entwickelte er doch eine Formel zur Berechnung von sogenannten Mersenne-Zahlen, von denen viele Primzahlen sind! Er formulierte auch als einer der ersten Zusammenhänge zwischen Tonhöhe und Frequenz.

II. 1. Ton und Tonverhältnisse: Die Tonhöhe

Was macht die Höhe eines Tones aus?

Mathematischer Schwerpunkt: Funktionale Abhängigkeit

Wir empfinden die unterschiedlichen Frequenzen von Tönen als unterschiedliche Tonhöhen. Hier zeigt sich eine klare, direkte Abhängigkeit zweier Phänomene voneinander: Je öfter sich eine Schwingung in einer Zeiteinheit wiederholt, desto höher empfinden wir den dadurch produzierten Ton.

In der Praxis und Geschichte des Musikinstrumentenbaues sind wir erst im zwanzigsten Jahrhundert in die diesbezüglich sehr bequeme Situation gekommen, bei Musikinstrumenten, und zwar bei den Tongeneratoren elektronischer Klangerzeuger tatsächlich ihre „Frequenz“ unmittelbar einstellen zu können

Bei traditionellen, „älteren“ Instrumenten geschieht das auch heute noch in Form der physischen Beeinflussung ihrer klangerzeugenden Teile.

Hier kommt es zu weiteren funktionalen Zusammenhängen und Abhängigkeiten, die oft erst das planmäßige Spiel eines Instrumentes möglich machen: So kann ein bestimmter Punkt auf einer Saite visuell wiedergefunden werden, Klappen eines Blasinstrumentes verkürzen und verlängern planmäßig die schwingende Luftsäule.

Funktionale Abhängigkeit

Bei der Sirene sind wir erstmals dem Verhältnis zwischen Geschwindigkeit und Tonhöhe begegnet: Erhöht sich die Geschwindigkeit, steigt auch die Tonhöhe – und umgekehrt. Diese Zuordnung zeigt sehr schön das Wesen einer Funktion: einer Abbildung einer Gegebenheit auf genau eine andere, wobei das in diesem Fall sogar in beide Richtungen eindeutig „funktioniert“.

² Pythagoras von Samos, 582 v. Chr. – 496 v. Chr.

³ Marin Mersenne, 1588 - 1648

Wenn bei Musikinstrumenten auf die eine oder andere Weise die Tonhöhen reproduzierbar gesteuert und kontrolliert werden, handelt es sich also immer um ein je ... desto

...wobei das als gleichbleibendes Verhältnis gelesen werden kann, das unterschiedliche Resultate liefert, wenn sich einer der beiden Werte verändert (Saitenlänge – Tonhöhe), was direkt oder umgekehrt proportional formuliert werden kann (Saitenlänge direkt proportional zu bzw. gleich Wellenlänge / aber umgekehrt proportional zu Frequenz – womit erlebbar wird, dass Frequenz und Wellenlänge zueinander umgekehrt proportional sein müssen!).

Es kann sich aber auch ein Angabenstück genau abgestimmt und gleichzeitig mit einem anderen verändern, um das gleiche Resultat zu erzielen: dickere Saiten müssen kürzer sein als dünnere, um die gleiche Tonhöhe zu produzieren – so wie dickere Menschen bei gleichem Körpergewicht natürlich kleiner sein werden als dünne....

STATION: WalkingBass

„Laufend“ eine Melodie erfinden. Riesenhaftes von Michael Bradke

Begriffe und Phänomene

- Saitenlänge als Parameter

Beschreibung

Eine lange, dicke Saite wird tatsächlich mit den Füßen „schrittweise“ verkürzt – entsprechend der Spielweise einer Bassgitarre. Das Prinzip der Tonhöhenbestimmung durch die Verkürzung oder Verlängerung der Saite sowie die Anordnung der Töne in „Schritten“ wird durch die Größe des Exponates deutlich erlebbar.

Dadurch, dass ein Kind die Länge – gleich Tonhöhe fixiert und ein anderes die Saite zum Schwingen bringt, wird zum gemeinsamen Musizieren eingeladen.

Zur Nachbearbeitung / zum Weiterspielen / zum Basteln:

Ein unter Schülern beliebtes „Experiment“ ist das in Schwingung versetzen eines Plastiklineals, das teilweise über die Tischkante hinausragt. Durch Drehen um den festen Auflagepunkt (der gleichzeitig die Schwingung an den Resonanzkörper der Schulbank überträgt) kann diese schwingende Zunge in ihrer Länge verändert werden, wodurch sich die Tonhöhe verändert.

II. 2. Ton und Tonverhältnisse: Parameter für die Tonhöhe

Wie lässt sich bei einem Instrument die Tonhöhe verstellen?

Mathematischer Schwerpunkt: Abhängigkeit von Parametern (hier: Länge, Masse, Spannung/)

Pythagoras hat seine klingenden Versuche mit einer sehr einfachen Vorrichtung unternommen: über eine Kiste war eine Saite gespannt – ein Monochord. Doch bereits bei einer so einfachen Anordnung gibt es mehrere Umstände, die sich auf die letztlich produzierte Tonhöhe auswirken: wie dick die Saite ist, wie stark sie gespannt ist, wie lang sie ist. Um seine Versuche, die er mit der Länge der Saite unternahm, indem er einen Steg darunter hin und her schob, vergleichbar zu machen, mußten natürlich die anderen Parameter gleich bleiben.

Spannend wird es, wenn man mehrere Parameter verändert, sodaß unter Umständen zunächst unerwartete Resultate herauskommen, wenn etwa zwei gleich lange Saiten unterschiedliche Tonhöhen produzieren.....

Aber genau das ist ja bei der Gitarre der Fall und wir sehen, dass ein planmäßiger Umgang mit diesen Phänomenen sehr hilfreich beim Bau praktisch zu bedienender Musikinstrumente ist. Allerdings lassen sich diese Parameter nicht beliebig weit gegenseitig kompensieren – so kommt es zur bestimmten Bauform bestimmter Instrumente, wie zum Beispiel der typischen Flügelform des Klaviers, des Flügels eben. Auch die Harfe hat so ihre Form erhalten: Die Saiten lassen sich eben nicht beliebig dick machen, um bei gleicher Länge tiefere Töne zu produzieren, und so müssen sie eben länger werden.

Eigentlich haben wir es schon wieder mit einer Funktion zu tun – hier nun im Sinne eines Funktionsgraphen, also der sichtbaren Darstellung einer Funktion in Form einer ... Kurve.

Verschiedene Strategien zur Reproduzierbarkeit bestimmter Tonhöhen führten auch zu ganz verschiedenen Konzeptionen von Musikinstrumenten.

Manche haben tatsächlich für jeden Ton eine eigenes „Teilinstrument“ – das beste Beispiel ist da wohl die Orgel mit ihren vielen Pfeifen. Auch ein Hackbrett oder ein Klavier hat mindestens so viele Saiten, wie es verschiedene Töne hat – eigentlich eine Kombination von vielen Monochorden!

Wenn wir nun mit wenigen Saiten das Auslangen finden wollen – oder müssen, um das Instrument leichter und kleiner zu machen, muss pro Saite eine „Verstellbarkeit“ der Tonhöhe eingebaut werden – Gitarre, Violine und ihre Familie...

STATION: PumpOrgel

Musik aus dem Abflussrohr. Ein neues altes Instrument von Michael Bradke

Begriffe und Phänomene

- Parameter
- Schwingende Luftsäule
- Wellenlänge

Beschreibung

Die Pumporgel bietet bis zu 4 Kindern 8 gestimmte Orgelpfeifen aus Abflussrohren und Pumpen zum Spielen an. Anders als beim Walking-Bass ist hier für jeden einzelnen Ton ein Klangerzeuger vorhanden, das andere Grundprinzip des Instrumentenbaus.

Zur Nachbearbeitung / zum Weiterspielen / zum Basteln:

Die Orgel ist das Paradebeispiel für ein aus vielen Einzelschallerzeugern zusammengesetztes Instrument. Die sprichwörtliche Anordnung „Wie die Orgelpfeifen“ womit ein Sortieren nach der Länge gemeint ist, zeigt deutlich den entscheidenden Parameter für die Tonhöhe: die Länge der schwingenden Luftsäule.

Ein ähnliches Aussehen hat die Panflöte, deren Pfeifen ja nach dem selben Prinzip arrangiert sind, aber auch die Resonatoren bei einem Vibraphon oder Marimbaphon zeigen diese typische Anordnung.

Und weil das Ausgangsmaterial für das Instrument in der Ausstellung eigentlich Abwasserrohre sind: eine der ältesten Orgeln war die sogenannte Wasserorgel, die im griechischen Theater Verwendung fand. Hier diente das Wasser allerdings zur Erzeugung des konstanten Luftdrucks für das Spielen der Orgelpfeifen, was sich in einem kleinen Experiment leicht nachvollziehen lässt: ein Kunststoffgefäß mit einem kleinen Loch im Boden erzeugt einen pfeifenden Ton, wenn man es kopfüber ins Wasser taucht, wodurch die Luft durch das Loch herausgedrückt wird. (Bei der antiken Wasserorgel, griechisch „Hydraulis“, wurde Luft in das umgestülpte Gefäß nachgepumpt, an Stelle des kleinen Loches saßen die Orgelpfeifen und die sie ein- und ausschaltenden Ventile.)

STATION: ParameterGlocken

Durch Dick und Dünn... Verblüffendes von Michael Bradke

Begriffe und Phänomene

- Parameter
- relativ - absolut

Beschreibung

Durch Veränderung verschiedener Maße eines Klangkörpers können damit unterschiedlichste Tonhöhen produziert werden: Die Relation lang = tief und kurz = hoch ist wohlbekannt. Bei Röhrenglocken spielen mehrere solcher Maße zusammen und es kann zu verblüffenden Vergleichen führen, wenn mehrere dieser Parameter gleichzeitig verändert werden.

Elastische Maßbänder zeigen den Unterschied zwischen „relativ“ und „absolut“: Die Unterteilung in Viertel liefert immer untereinander gleich lange Strecken, obwohl die einzelne Strecke nicht immer gleich lang ist. Ebenso schwingen die Röhrenglocken

Zur Nachbearbeitung / zum Weiterspielen / zum Basteln:

Aus lauter kleinen Röhrenglocken gefertigte Windspiele oder Türglocken sind weit verbreitet. Auch hier lassen sich die Abhängigkeiten zwischen Form und Tonhöhe bzw. Klang gut beobachten. Allerdings ist zu bedenken, dass gerade Röhrenglocken sehr komplexe Schwingungsmuster produzieren und daher nicht so einfach zu berechnen sind wie eine schwingende Saite. Teils liefern sie sogar unerwartete Parameterabhängigkeiten, da eine Röhrenglocke größeren Durchmessers bei gleicher Länge einen höheren(!) Ton liefert.

Umso mehr können diese Phänomene zu genauer Beobachtung und dem Ziehen der richtigen Schlußfolgerungen, oft gegen eine Erwartungshaltung anregen!

II. 3. Ton und Tonverhältnisse: Intervalle und Tonstufen

Mathematischer Schwerpunkt: ganzzahlige Verhältnisse, Teilungen

ein einzelner Ton erzeugt ein Schwingungsmuster. Die Schwingungsmuster von zwei Tönen im Oktav- / Quint- / ... Abstand, lassen sich (mit Zahlenverhältnissen) vergleichen.

Der Begriff Intervall ist uns sowohl aus der Musik als auch aus der Mathematik bekannt. Hier wie da meint er einen Zwischenraum, und das war auch die ursprüngliche Bedeutung des Wortes im Lateinischen: er bezeichnete den Raum zwischen den Schanzpfählen (vallos) eines Römerlagers - der „Wall“ ist noch eine Erinnerung an dieses Wort.

Es wurden also schon immer Töne aufeinander bezogen, sei es im Nacheinander einer einstimmigen Melodie, sei es im Zusammenklang einer Harmonie. Und diese Tonbeziehungen wurden sowohl durch Naturbeobachtung als auch durch mathematische Konstruktionen gewonnen und praktisch nutzbar, spielbar gemacht.

Durch planmäßige Unterteilung von Saiten lassen sich harmonische Intervalle finden – umgekehrt kann aber auch eine Saite „mit dem Ohr geteilt werden“: ein Steg in deren Mitte, der zu zwei gleichklingenden Tönen rechts und links führt, kann mit freiem Auge niemals so exakt positioniert werden, wie wenn man die beiden Tonhöhen in Einklang zu bringen versucht.

Da die meisten musikalische Klangerzeuger ihre Töne in der Art produzieren, dass die (Frequenzen der) Teiltöne (die ja in jedem Ton mitschwingen) ganzzahlige Vielfache (der Frequenz) des Grundtones sind, klingen natürlich zusätzlich gespielte Töne, die mit diesen Teiltönen zusammenfallen, verwandter, vertrauter, „harmonischer“.

STATION: Tunnel der ganzen Zahlen – Monochord / Zeeman'sche Katastrophenmaschine

Kleine Ursache – große Wirkung. Spannendes von Michael Bradke

Monochord mit verstellbarer Saitenspannung

Begriffe und Phänomene

- Monochord
- Stehende Welle
- Katastrophe

Beschreibung

Monochord:

Durch Spielen mit der Saitenspannung lassen sich unterschiedlich viele Schwingungsknoten in einer langen Saite erzeugen - so wird der grundlegende physikalische Effekt, der die Basis für die harmonischen Saitenteilungen und damit auch für unser Tonsystem darstellt, im wahrsten Sinn des Wortes sichtbar.

Katastrophenmaschine:

Das Wort Katastrophe ist heutzutage negativ besetzt, es wird als Bezeichnung für eine unerwartet hereinbrechende Veränderung zum Schlimmeren verstanden. Seine ursprüngliche Bedeutung im Griechischen war „bloß“ Umkehr, Wendung, insbesondere der Wendepunkt im griechischen Drama. Auch in mathematischen Funktionen kann es solche „Überraschungen“ geben, wobei ein sich geringfügig und gleichmäßig sich verändernder input zu überraschenden, umwälzenden, sprunghaft eintretenden – „katastrophalen“ Ergebnissen führen kann. Eine Besonderheit solcher Zustandsveränderungen ist es meist auch noch, dass, je nachdem aus welcher Richtung man diesen „Umspringpunkt“ erreicht, er an anderer Stelle liegt: Aus dem Alltag kennen wir, dass Milch, obwohl sie schon kochen mag, erst nach einer Weile, dann allerdings plötzlich überkocht, das Überkochen aber nicht bei jener Temperatur aufhört, bei der sie zuerst noch friedlich vor sich hin köchelte... die eigentliche Katastrophe, da es dann auf jeden Fall zu spät ist...

Hier haben wir es am Monochord mit der schlagartigen Veränderung der Anzahl von Schwingungsknoten und – Bäuchen auf einer schwingenden Saite zu tun, die bei entsprechender geringfügiger Änderung der Saitenspannung „katastrophal“ – als unerwartete Wendung und Änderung auftritt.

STATION: Tunnel der ganzen Zahlen – Klingende Zahlen

Von Pythagoras' Monochord abgeschaut von Michael Bradke

Die wichtigsten Zahlenverhältnisse beim Aufbau unseres Tonsystems sind die ganz einfachen Verhältnisse zwischen kleinen ganzen Zahlen. Sie liefern die elementarsten musikalischen Intervalle. Diese Verhältnisse sind sehr schön optisch – akustisch durch die Teilung von Saiten nachvollziehbar: eine schon über zweitausend Jahre alte Versuchsanordnung!

Es gibt aber auch Verhältnisse zwischen Verhältnissen: mathematisch ist so etwas als Doppelbruch bekannt, musikalisch sind es Zusammenklänge mehrerer Intervalle bzw. das Erreichen eines Tones von verschiedenen anderen Tönen aus, was ja den mehrfachen Intervallen entspricht.

Begriffe und Phänomene

- Verhältnisse
- Brüche
- Doppelbrüche
- Intervalle: Oktave, Quint, Quart, Duodezime
- Monochord

Beschreibung

Vier Saiten auf Resonanzkörpern – einfache Monochorde. Drei davon sind durch Stege an genau vorherbestimmten Positionen unterteilt. Die Verhältnisse können sowohl musikalisch als auch mathematisch „bespielt“ und erfahren werden:

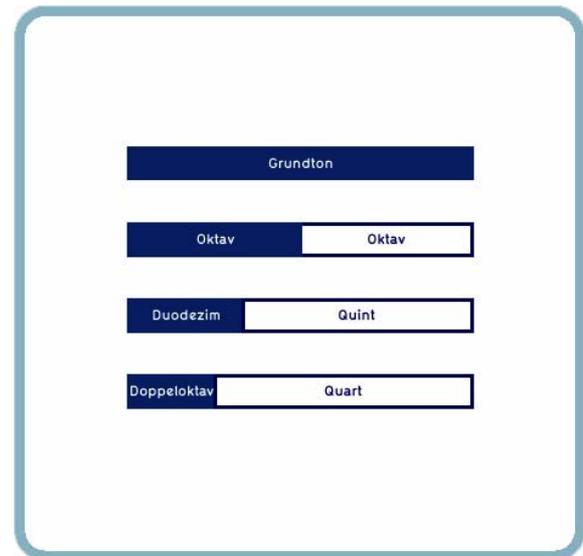
Die ganze schwingende Saite = der tiefste Ton und damit Bezugston oder „Grundton“ unseres Systems.

Die in der Hälfte, also im Verhältnis 1:1 geteilte Saite liefert rechts und links des Steges einen jeweils um eine Oktave höheren Ton als den Grundton: Jeder Saitenabschnitt ist halb so lang wie die Saite des Bezugstones.

Die im Verhältnis 1:2 geteilte Saite liefert zwei Töne, die untereinander im Oktavabstand erklingen (2:1), zum Grundton als Quinte ($1: \frac{2}{3} = 3:2$) bzw. als Duodezime, also Quinte + Oktave ($1: \frac{1}{3} = 3:1$)

Die im Verhältnis 1:3 geteilte Saite liefert im kurzen Teil einen um 2 Oktaven höheren Ton als den Grundton ($1: \frac{1}{4} = 4:1$), im langen Teil eine Quarte über dem Grundton ($1: \frac{3}{4} = 4:3$). Zueinander ste-

hen diese Töne im Verhältnis einer Quinte, nämlich 3:1 – somit lässt sich der Ton im Quartabstand auf zwei verschiedenen Wegen erreichen: auf einer Saite mit $\frac{3}{4}$ der Länge des Grundtons, oder als 3mal so lange Saite wie die Doppeloktave des Grundtones, also eine Quinte + eine Oktave tiefer.



Solche Zahlenspiele illustrieren aber auch Aussagen wie:

„Zwei Drittel von der Hälfte sind ein Drittel vom Ganzen“ – was musikalisch ganz einfach erlebbar ist: Die Saite mit $\frac{2}{3}$ der Hälfte der Saitenlänge des Grundtones liefert dieselbe Tonhöhe wie jene Saite, die $\frac{1}{3}$ der ursprünglichen Saitenlänge aufweist: nämlich eine Oktave + Quinte (= Duodezime) oberhalb des Grundtones – was aber bedeutet, dass die auf zweierlei Art berechneten Saiten gleich lang sein müssen!

Zur Nachbearbeitung / zum Weiterspielen / zum Basteln:

Mit relativ geringem Aufwand lassen sich Monochorde auch selbst basteln! So können alle möglichen Saitenteilungsversuche selbst nachvollzogen werden.

Doch schon eine Gitarre und ein Maßband genügen, um diese Zahlenverhältnisse noch einmal „nachzuspielen“ – zur Bestätigung finden sich an den richtigen Stellen ja auch die Bünde der Gitarre.

STATION: Tunnel der ganzen Zahlen – Teilen mit dem Ohr

Ich hör´ etwas, was Du nicht siehst... Sinnliches von Michael Bradke

Monochorde mit verschiebbaren Stegen

Begriffe und Phänomene

- Schwingungsknoten
- Schwingungsbauch
- Proportion
- Gleichklang
- Intervall

Beschreibung

Monochorde mit verschiebbaren Stegen ermöglichen einen Vergleich zwischen dem Teilen einer Saite nach Augen- und nach „Ohren“-maß.

Dabei zeigt sich, dass das Abgleichen zweier gleicher Töne, aber selbst das Ausstimmen von Intervallen genauere Resultate liefert als das optische Abschätzen von Strecken.

Zur Nachbearbeitung / zum Weiterspielen / zum Basteln:

Messen und Wägen geschieht oft mit Vorrichtungen, die, wie wir sagen, Werte an“zeigen“. Das meint stillschweigend, dass es hier etwas zu sehen gäbe, und bei vielen Meßinstrumenten ist das ja auch der Fall. Dennoch gibt es Situationen, wo eine optische Einschätzung nicht genau genug vorgenommen werden kann und daher andere, feinere Sinne diese Aufgabe übernehmen.

Zudem können wir uns mit der Verwandtschaft von Eigenschaften bestimmter Materialien beschäftigen, wobei die eine – besser wahrnehmbare – Aufschluß über die andere geben kann.

Zwei gleich geformte dünnwandige Gläser klingen in der gleichen Tonhöhe, wenn sie mit der selben Menge Wasser gefüllt sind... und wenn eines der Gläser einen noch so feinen Sprung hat (den wir noch gar nicht sehen können) – dann klingt es gar nicht mehr.

II. 4. Ton und Tonverhältnisse: Bildung von Tonsystemen

Mathematischer Schwerpunkt: kontinuierlich und diskret

Zahlenverhältnisse sind der Ausgangspunkt für Überlegungen zur Gewinnung eines Tonvorrates, mit dem sich musizieren läßt. Es gibt verschiedenste Modelle zur Bildung eines solchen Tonsystems.

So wurde aus der einfachsten Saitenlängen-/ Frequenzrelation des pythagoreischen Monochords (der Quinte) eine zweite Tonhöhe neben dem Ausgangston des Systems gefunden, von der aus dieses Spiel weiter und weiter betrieben werden kann...

Interessant ist, dass in der gleichschwebend temperierten Stimmung, die ja dem Wesen nach zuerst ein mathematisches Modell ist, sich ebenfalls einfache Zahlenverhältnisse finden, allerdings auf der „höheren Ebene“ der (gebrochenen) Hochzahlen in jenen Ausdrücken, welche die nun überhaupt nicht mehr ganzzahligen Frequenzverhältnisse zwischen den Tönen dieses Tonsystems beschreiben⁴.

Definieren die Intervalle die Abstände zwischen den Tönen, so sind diese natürlich nicht „leer“, es gibt auch „Zwischentöne“ – und das nicht nur, wenn jemand sein Instrument (noch) nicht so gut beherrscht...

Oft ist es sogar eine besondere Kunst, Töne auf eine Art und Weise miteinander zu verbinden, dass ihre Tonhöhen sozusagen ineinander übergehen. Diese Spieltechniken heißen Portamento oder Glissando und erschließen Tonbereiche „jenseits“ des festgelegten Tonmaterials eines Tonsystems.

Mathematisch spiegelt sich das in den Begriffen kontinuierlich und diskret, eine Überlegung, die man bis hin zum Begriffspaar analog – digital fortführen kann, wo wir es ebenfalls mit stufenlosen Übergängen zwischen Werte zu tun haben oder aber mit einer diskreten Aufbereitung des Datenmaterials im Falle des digitalen Computers.

Eine nette „Analogie“ dazu aus Schülermund: „... die Violine wäre dann ein analoges Instrument und das Klavier ein digitales...“, was so natürlich nicht stimmt; gemeint ist aber wiederum: kontinuierlich und diskret.

⁴ Allerdings ändert sich damit auch die „Hierarchie der einfachen Verhältnisse“ von der Reihe Oktave ($1/2$) – Quinte ($2/3$) - Terz ($4/5$), etc. hin zu einer Reihe von gebrochenen Hochzahlen, die sich auf verschiedene Art und Weise „sortieren“ läßt. Hier die Reihenfolge einer chromatischen Skala – man beachte die Symmetrien: $1/12, 1/6, 1/4, 1/3, 5/12, 1/2, 7/12, 2/3, 3/4, 5/6, 11/12$

STATION: TonStufen und GlissandoRutsche

Ein musikalisches Auf und Ab von Michael Bradke

Begriffe und Phänomene

- Tonleiter
- Stufen
- Glissando
- Portamento
- Kontinuierlich – diskret
- Skalen
- Dur und Moll

Beschreibung

In den meisten Musikkulturen werden die Tonhöhen in diskreten Stufen fixiert. Hier wird eine echte Treppe zum Klingen gebracht, sodass jeder Stufe ein Ton entspricht. Im Sinne verschiedener Tonleitern können die Kinder auf verschiedenen Stufen emporsteigen und über eine Rutsche, welche die Tonhöhen zu einem stufenlosen Glissando verbindet, wieder zurückkehren.

Zur Nachbearbeitung / zum Weiterspielen / zum Basteln:

Scala ist das italienische Wort für Treppe, die dann auch korrekterweise Stufen hat. Bloß unsere Tonleiter hat keine Sprossen - sondern ebenfalls (Ton-) Stufen. Wie auch immer die Tonordnungen heißen mögen, musikalisch lassen sie sich auf zweierlei Art "besteigen": eine oder zwei Stufen auf einmal zu nehmen nennen wir einen Schritt (Halbton-oder Ganztonschritt), alles was größer ist wird Sprung genannt. Schritte verstehen wir als vorrangig melodiebildende Interballe, Sprünge als Harmoniebildende - man denke nur an eine Akkordzerlegung.

STATION: StimmenWunder

Elefant spricht mit Maus... Hörbare Größenunterschiede von Michael Bradke

Begriffe und Phänomene

- Oktave
- Verdoppelung
- Formanten
- Helix

Beschreibung

Über ein Effektgerät können die Kinder ihre Stimme eine Oktave anheben oder absenken, also die Frequenzzahl verdoppeln oder halbieren. Mit tiefer Stimme fühlen sie sich auch größer – wie ein Erwachsener, mit hoher Stimme kleiner – wie ein Baby.

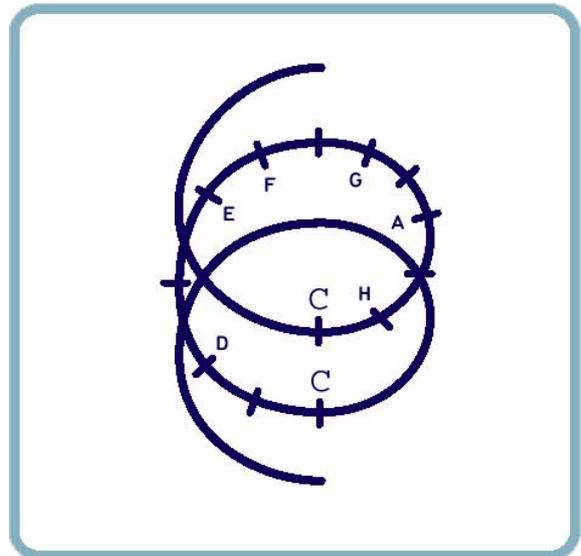
Zur Vorbereitung:

Im Piktogramm ist das Tonsystem, in dem wir dieses Intervall der Oktave wiederfinden, als eine so genannte Helix, eine Schraubenlinie dargestellt. Ausgehend von den Erkenntnissen der TonStufen läßt sich diese auch als eine Wendeltreppe in einem Turm sehen, der bei jeder Stufe ein kleines Fensterchen hat. Steigt man eine Oktave (12 Stufen in Halbtonschritten) höher, blickt man wieder in die selbe Himmelsrichtung zum Fenster hinaus. Wir befinden uns sozusagen „einen Stock“ höher.

Zur Nachbearbeitung / zum Weiterspielen / zum Basteln:

Der Begriff Helix wird oft mit dem Begriff Spirale durcheinandergebracht. Eine Spirale ist aber eine gekrümmte Linie mit stetig größer (oder kleiner) werdendem Radius, ein zweidimensionales Objekt. Eine Helix hingegen schraubt sich im wahrsten Sinn des Wortes in die dritte Dimension empor, wobei der Radius, in diesem Fall der Abstand von einer Achse und nicht von einem Punkt, durchaus konstant bleiben kann. So gibt es Schrauben, die in Muttern passen müssen, aber auch solche, die konisch sich selbst ihren Weg in das Medium, in das sie eingedreht werden, bohren.

Der Begriff taucht auch noch in so geläufigen Worten wie dem Helikopter auf, dem Hub-Schrauber; wörtlich aus dem griechischen zurück-übersetzt, dem Schrauben-Vogel (wobei wir dem Vogel „-pter“ vielleicht schon beim Urvogel Archäopterix begegnet sind).



Wird unsere Stimme über einen solchen Effekt in ihrer Tonhöhe verändert, betrifft das ja nicht nur den einzelnen gesprochenen oder gesungenen Ton, sondern ein ganzes Frequenzspektrum, in dem bestimmte Frequenzbereiche - abhängig von Körpergröße und Körperbau besonders hervortreten. Klängen diese (sogenannten Formanten) verändert, erzeugt dies auch die Illusion eines anderen Körperbaues - der so genannte "Mickymaus"-Effekt.

III. Strukturen in Musikstücken

Musik ist untrennbar an einen Zeitablauf gebunden – sie läßt sich ohne „Dauer“ gar nicht vorstellen. Ein Bild kann ich beispielsweise auf einen Blick erfassen, es dann aber immer noch mit meinen Augen „durchwandern“. Dabei lege ich einen Weg zurück, den zu beschreiten wiederum eine Zeit dauert. Habe ich beim Blick auf das ganze Bild dessen Struktur und Aufbau sofort „überblickt“, komme ich beim Durchwandern natürlich nur nach und nach an den einzelnen Elementen dieses Aufbaues „vorbei“.

Das entspricht meinen Erfahrungen beim Hören eines Musikstückes: Erst in der Erinnerung an eben Gehörtes und dem Wiedererkennen von aufeinander bezogenen Teilen gewinne ich meinen „Überblick“. Es ist also kein Zufall, dass hier eine optische Metapher verwendet wird – und es ist daher naheliegend, visuell wahrnehmbare Phänomene von Symmetrie und Wiederholung für das Erkennen und Verstehen musikalischer Strukturen heranzuziehen.

III. 1. Strukturen in Musikstücken: grobes und feines Zählen

1. grobes und feines Zählen

Mathematischer Schwerpunkt: Proportionen, Muster, Perioden, Einheiten (fein/grob)

Verhältnisse nun im größeren Maßstab: Verglichen mit den Tonverhältnissen sind sie direkter als Zahlenverhältnisse erlebbar – und zwar im wahrsten Sinne des Wortes durch Zählen.

Zählen – das ist zunächst das Ab-zählen von Dingen, um herauszufinden, wie viele es sind. Dabei kann es sich aber auch um Dinge handeln, die man gar nicht sehen oder angreifen kann. Beim Versteckspiel wird „eingeschaut“ und – gezählt: eigentlich werden kleine Zeitabschnitte gezählt, damit eine bestimmte Zeit vergeht...

Genauer geht das beim Abschätzen von Sekunden, wenn deutlich (und damit im halbwegs richtigen Tempo) „ein-und-zwan-zig, zwei-und-zwan-zig... u. s. w.“ gezählt wird.

Besonders in der Musik, die doch so sehr vom Zeitablauf abhängig ist, werden Zeitabschnitte gezählt – die Takte und deren Unterteilungen, also Metren oder Rhythmen. Wir haben es nun mit jenen musikalischen Erscheinungen zu tun, die sich im Bereich von Minutenbruchteilen abspielen und als einzelne Schallereignisse unterschiedlicher Dauer wahrgenommen werden.

Passiert etwas ganz gleichmäßig, sodass sich zunächst keinerlei Gruppierung feststellen läßt, sprechen wir vom *Metrum*.

In einer Folge von solchen gleichmäßigen Schallereignissen kann nun z. B. nach jedem vierten Schlag ein Akzent gesetzt werden. Dann haben wir es mit einem Takt – hier einem Vierertakt zu tun. Wir beginnen ab dem Akzent auch wieder bei „eins“ zu zählen und spüren die Gruppe von Schlägen, in unserem Notationssystem begrenzt durch den Taktstrich.

Vielfältige Muster in den Takten oder über mehrere Takte hinweg – also die kunterbunten Rhythmen der Musik – können wir auch „zählen“: Entweder sagen wir nur die Zahlen laut, an deren Stelle ein Ton erklingt, oder es gibt Texte, die in diesem Rhythmus gesprochen werden. In der indischen Musik gibt es solche Zählstilben, mit denen man sich gleich ganze Schrittfolgen für den Tanz merken kann, aber auch ein Menuett aus der Barockzeit läßt sich auf diese Weise erlernen.

Zur Notation dieser Phänomene steht uns eine fortschreitende Unterteilung von Notenwerten in jeweils ihre Hälfte zur Verfügung. Wohlbekannt aus allen Musiklehrebüchern in der Form: Ganze Note – zwei Halbe Noten – Vier Viertelnoten, u.s.w. ist das mathematisch eine Baumstruktur, wobei sich ein Stamm in zwei Zweige teilt, dann jeder weitere in zwei, etc. Man beachte das Wort *Ver-zwei(g)-ung!*

STATION: OmeleMaschine

Mehrdeutiges von Michael Bradke

Info´s vor dem Spaltensatz

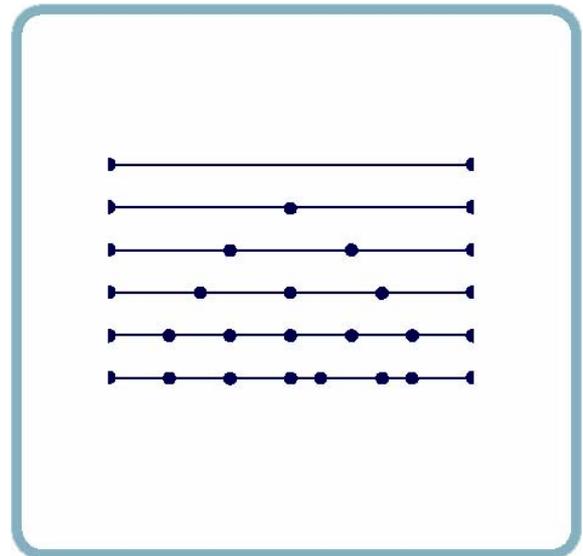
Begriffe und Phänomene

- Teiler
- gemeinsamer Nenner

Beschreibung

Eine große drehbare Scheibe ist – wie die Uhr – in 12 Segmente unterteilt. In den einzelnen Segmenten befinden sich Auslöser für verschiedene Perkussionsinstrumente. Diese können wie einzelne Klangspuren zu- und abgeschaltet werden: Gong, Trommel, Tempelblöcke, Becken. Bei einer Umdrehung ertönen wahlweise gerade oder ungerade Takte, entsprechend der Teiler der Zahl zwölf: 2, 3, 4, 6.

Zusätzlich ist auf einer Spur eine bestimmte westafrikanische Rhythmus-Formel zu hören, die in verschiedenen rhythmischen Grundsituationen ganz unterschiedlich erlebt wird, je nachdem ob 2, 3, 4 oder 6 Grundschläge sie begleiten.



Zur Nachbearbeitung / zum Weiterspielen / zum Basteln:

Das Teilen einer Torte kann die oben beschriebenen Verhältnisse nachvollziehen. Es gibt Teilungen, bei denen das Messer nur von Mittelpunkt zum Rand geführt werden kann, kein durchgehender Schnitt erfolgt (3. 5. 7. Teile, etc.) setzt man solche Schnitte *gerade* fort, gibt das sofort die doppelte Anzahl von Tortenstücken - die Zahl ist damit eine *gerade*, weil durch zwei teilbar...

Wenn auf unterschiedliche Arten geteilt wird, lässt sich gut sehen, ob manche Schnitte zusammenfallen, es also gemeinsame Teiler gibt. Rhythmisch fallen an solchen Stellen Töne zusammen, was musikalisch einen Schwerpunkt ergeben kann. Sind Zahlen = Takte mehrfach unterschiedlich teilbar, hängt es von diesen als Schwerpunkt empfundenen gemeinsamen Tortenstücken ab, ob wir den Takt insgesamt als Zweier- oder Dreiertakt wahrnehmen.

STATION: BackGround

Bach bleibt Bach – bleibt Bach Bach? von Emil Simeonov

Info´s vor dem Spaltensatz

Begriffe und Phänomene

- Ähnlichkeiten und Änderungen

Beschreibung

Der Choral von Hans Leo Hassler „Herzlich thut mich verlangen“, auch mit dem Text „O Haupt voll Blut und Wunden“ bekannt, wurde von Johann Sebastian Bach in sehr vielen verschiedenen Versionen harmonisiert. Allein in der Matthäuspasion taucht die Melodie etliche Male auf, ebenso im Weihnachtsoratorium und in so mancher Kantate. Das Interessante daran ist, dass der unterschiedliche harmonische Hinter- und Untergrund, der „background“ sozusagen, der Melodie stets ein völlig neues Erscheinungsbild gibt, ganz so, wie die immer gleiche geometrische Figur, vor verschiedenen Hintergründen betrachtet, scheinbar unterschiedlich aussieht.

Zur Nachbearbeitung / zum Weiterspielen / zum Basteln:

Variationen können nicht nur durch Veränderung der Melodie über gleichbleibendem harmonischem Ablauf gestaltet werden. Es besteht auch die Möglichkeit, der gleichbleibenden Melodie unterschiedliche Harmonisierungen zu geben. In der Populärmusik ist dieses Phänomen auch als Reharmonisation bekannt, wodurch neue Arrangements, Coverversionen, musikalisch neu gestaltet werden. Ein dankbares Feld für Entdeckungsreisen auf diesem Gebiet sind Weihnachtslieder, die beinahe jedes Jahr in neuen Arrangements neu produziert werden – oft genug mit neuen, spannenden harmonischen Strukturen.

STATION: Herzschlag

Zuhörerinnen und Zuhörern auf den Puls gefühlt. Herzklopfen - von Michael Bradke

Begriffe und Phänomene

- Frequenz
- Hertz
- BpM
- Wellenlänge
- Pulsschlag
- Tempo
- Metronom

Beschreibung

Mit einem Pulsfühler können die BesucherInnen ihren Herzschlag messen, ein in seiner Abspielgeschwindigkeit regelbarer CD-Spieler / DJ-Sampler kann ein Musikstück auf das aktuelle Tempo ihres Herzschlages einstellen.

Zur Vorbereitung:

Ein Wortspiel bietet sich an: Herz – Hertz... und das ist dann natürlich kein Druckfehler, sondern das war ein deutscher Physiker⁵, nach dem die Einheit für die Frequenz, also die Anzahl der Schwingungen pro Sekunde benannt wurde. Und doch hat es auch etwas mit unserem Herz zu tun, das nämlich gerade ein bisschen schneller als ein Mal pro Sekunde schlägt. Das lässt sich praktischer an Hand der nächstgrößeren Zeiteinheit messen: der Minute, und so sprechen wir über unseren Puls als Schläge pro Minute, auf englisch als BpM (Beats per Minute) – wohlbekannt aus Diskothek und Tanzschule.

Zur Nachbearbeitung / zum Weiterspielen / zum Basteln:

Mit einem Metronom kann das Tempo bestimmter Tätigkeiten gemessen werden: langsames Gehen, Marschieren, sich im Walzertakt im Kreis drehen.

Wann schlägt unser Herz schneller, wann langsamer?

Findet sich das auch in der Musik - in dem Sinne, dass Situationen, die unser Herz schneller schlagen lassen, auch "schneller" musikalisch ausgedrückt werden?

Ist Freude schnell oder langsam?

Ist Traurigkeit dann langsam- oder schnell?

⁵ Heinrich Hertz, 1857 - 1894

STATION: Auftakt zum Tanz

Schattentanz in Nah und Fern. Eine Videoinstallation von Doris M. Reisinger

Begriffe und Phänomene

- Takt und Taktgruppen
- Periode
- gerade und ungerade Takte
- zusammengesetzte Takte
- gerade und ungerade Metren

Beschreibung

Eine Tänzerin, ein Tänzer auf der Bühne eines Theaters. Wir finden uns mit den Akteuren auf dieser Bühne wieder, wollen mit ihnen tanzen. Wie wir uns dabei bewegen, können wir gut ausprobieren, indem wir in den Lichtkegel der Videoprojektion treten und versuchen, unsere Schatten mittanz zu lassen.

1 - Ein Abzählreim:

„und eins, und zwei, und drei, und vier,
und fünf, und sechs, und sie-ben,
ein Hut, ein Stock, ein Re-gen-schirm und
vorwärts, rückwärts, seitwärts, Stop.“

Eine kleine Choreografie! Die Zahlen ergeben den Takt und Rhythmus der Musik, die Dinge versuchen wir mit Handbewegungen darzustellen und die Schritte werden ausdrücklich „beim Namen genannt“.

2 - Mei Huat, der hot drei Lecha...

„Mei Huat, der hot drei Lecha
drei Lecha hot mei Huat
und hätt er net drei Lecha,
so war a net mei Huat.“

Wir zählen etwas, das man eigentlich nicht sehen und angreifen kann, wo eigentlich „nichts“ ist... die Löcher im Hut. So ähnlich funktionieren übrigens die Pausen in der Musik! Erst dadurch, dass rundherum etwas genau erkennbares sich befindet, wissen wir, wo das „Loch“ ist.

3 – Menuett (G. F. Händel)

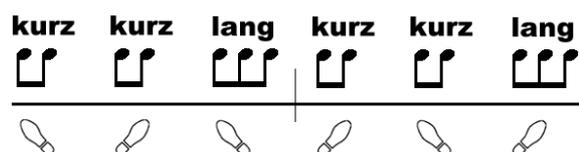
Der Text „Me-nu-ett-schritt“, richtig und „im Takt“ ausgesprochen, ergibt den Rhythmus der Schrittfolge. Haben wir dazu mit dem richtigen Fuß zu tanzen begonnen, steht dem barocken Fest nichts mehr im Wege.

4 - Odissi

Tanzmusik aus der Region Orissa im Osten Indiens, nahe Kalkutta. Bei dieser Aufnahme tun die Musiker (zu Übungszwecken) etwas, was sie bei einer Aufführung nicht machen: sie zählen in jenen Silben mit, mit denen sich die Tänzerin ihre Tanzbewegungen merken kann.

5 - Ratschenitsa

Ein Tanz aus Bulgarien mit einem ungeraden Metrum. Die Grundbausteine für die Takte, die Schläge des Metrums, sind nun nicht alle gleich groß, sondern werden als lange und kurze Schritte ausgeführt. So kann man sich hier einen Dreiertakt mit einer Verlängerung des dritten Schlages vorstellen. Wenn wir aber ganz schnell dazu zählen, spüren wir Zweier- und Dreiergruppen von Noten und einen daraus zusammengesetzten $2+2+3 =$ Siebener-Takt.



6 - Freak out

... alles ist erlaubt – und doch spüren wir immer wieder nach vier bzw. acht Takten einen Neubeginn, eine Periode.

Zur Vorbereitung

Zuordnung von Musikstilen:

Musik kann aus einer bestimmten Region, einer bestimmten Zeit, von einem bestimmten Komponisten sein. Gerade Musik aus Indien oder Südosteuropa hat einen hohen Wiedererkennungswert. Anknüpfungspunkte: der Klang bestimmter Instrumente (Akkordeon, Klarinette, Tablas; das barocke Orchester, das Schlagzeug in der Populärmusik)

**Zur Nachbearbeitung / zum Weiterspielen /
zum Basteln:**

„Mei Huat“ als kleines Spiel: Anstelle der Worte „mei“, „Huat“, „drei“ und „Lecha“ treten in jeder neuen Strophe Gesten, die nach und nach die Worte ersetzen: Zuerst zeigen wir, statt „mei“ zu singen, auf uns selbst, dann kommt eine Bewegung, wie wenn man den Hut abnimmt, die Zahl drei wird mit drei Fingern gezeigt, ein mit Daumen und Zeigefinger geformter Kreis stellt das Loch dar.

STATION: Beschwörung des Trommlers

Eine Einladung zum ZusammenTrommeln von Robert M. Weiß

Beim Musizieren mit Mustern müssen diese ja irgendwie zusammenpassen. Takte lassen sich in verschiedenster Art teilen, die resultierenden Rhythmen stehen dann zueinander in einfachen Verhältnissen.

"Zwei Halbe" sind aber in der Musik nicht gleich "vier Viertel" - der einzige Bezug zum Bruchrechnen ist die hier erlebbare Tatsache, dass gleichlange Takte auf eine solche Art und Weise in verschieden viele Notenwerte unterteilt werden können.

Begriffe und Phänomene

- Brüche
- Zähler / Nenner
- Kürzen / Erweitern
- Metrum
- Takt
- Notenwert

Beschreibung

Ein Schlagzeuger lädt die jungen AusstellungsbesucherInnen zum Mit-Trommeln auf kleinen elektronischen Trommel-Pads ein und zeigt ihnen mögliche Rhythmen zum Mitspielen vor:

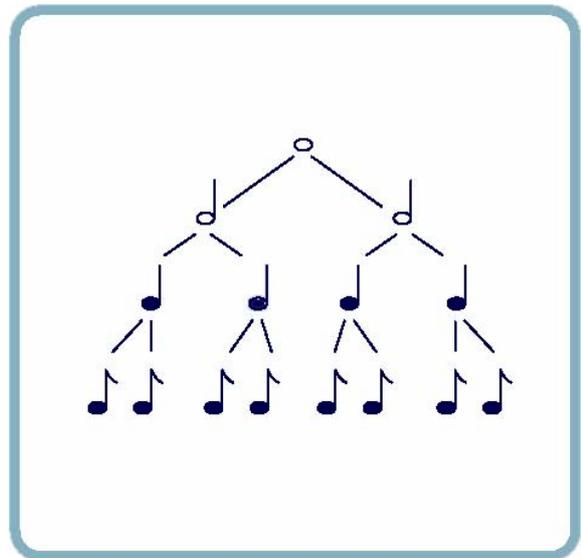
Mit ihm gemeinsam (und einem Metronom) das Metrum, oder jeden zweiten Schlag des Metrums, oder zwei Schläge auf einen Schlag des Metrums. Musikalisch entspricht das, wenn wir einen Takt in Vierteln annehmen, Viertelnoten für das Metrum, halbe Noten beim Mitspielen auf jedem zweiten Schlag und Achtelnoten bei einer Unterteilung des Metrums.

Gemeinsam spielen sie nun ihren Rhythmus - und wenn das lange genug genau genug klappt, gibt's als kleine Belohnung ein Schlagzeugsolo!

Zur Nachbearbeitung / zum Weiterspielen / zum Basteln:

Was in der Notenschrift als Taktbezeichnung geschrieben steht und wie ein Bruch aussieht, ist musikalisch etwas anderes.

Der Zähler des Bruches findet sich dort, wo wir tatsächlich so viele Schläge zählen, bis der nächste Takt beginnt, wodurch Dreier-, Vierer-, Fünfer- u.s.w. Takte entstehen.



Der Nenner *nennt* uns tatsächlich, welche Notenwerte (des Metrums) wir zählen: Halbe-, Viertel-, Achtelnoten.

Die Operationen des Kürzens und Erweiterns von Brüchen geben uns zwar Aufschluss darüber, wieviele Noten einer anderen Sorte in einen gleichlangen Takt passen, musikalisch ist es natürlich ein großer Unterschied, ob eine Musik in zwei langsameren rhythmischen Schlägen oder in vier schnelleren gespielt und empfunden wird -auch wenn sich diese in einem gleichlangen Zeitabschnitt abspielen.

III. 2. Strukturen in Musikstücken: Komponieren

com-ponieren – Zusammensetzen, Zusammenstellen. Die eigentliche Bedeutung des Wortes legt Gedanken an Bausteine nahe. Tatsächlich gibt es viele Musizierpraktiken, bei denen vorgefertigte Modelle, sei es eine Blues-Improvisation über 12 Takte, sei es ein Menuett, ein Walzer, eine große Rolle spielen. Phänomene wie der musikalische Stil oder die Erkennbarkeit eines musikalischen Genres werden erst durch den Wiedererkennungswert solcher musikalischer Bausteine, Muster, Elemente erfahrbar, beschreibbar.

Mathematisch landen wir nun im Gebiet der Kombinatorik.

com-bi-nation – eigentlich die Zusammenstellung in Zweiergruppen .

Hier können wir gezielt über die Fülle musikalischer Möglichkeiten nachdenken, sei es die des Zusammenfügens von zwölf verschiedenen Tönen, bei denen jeder genau einmal vorkommt, sei es die des gleichen oder variierten Wiederholens bestimmter größerer Teile eines Musikstückes. Wieder gibt es mathematische Begriffe, die uns aus der Musik bekannt sind, z. B. jener der Variation...

III. 2. a. Strukturen in Musikstücken: Komponieren: Notation / musikalische Koordinatensysteme

So wie der Fluß unserer Schrift von links nach rechts in Zeilen verläuft, was beim lauten Vorlesen einer von links nach rechts führenden Zeit-Achse entspricht, gibt es auch in der Musik diesen linearen Ablauf. Zum Einen ist das Konvention (im arabischen Raum beispielsweise schreibt man von rechts nach links, in Asien von oben nach unten...), passenderweise ist es dann aber sehr suggestiv, dass in der hinzutretenden zweiten Dimension der Tonhöhe die tiefen Töne tatsächlich unten, die hohen Töne oben notiert werden.

Unser Vorstellungsvermögen von Dimensionen endet bei drei räumlichen, die üblicherweise entlang einer x-, y- und z-Achse dargestellt werden, wobei noch eine Zeitdimension vorstellbar ist, weil eine räumliche Situation ja immer zu einem ganz bestimmten Zeitpunkt so ist, wie sie mit ihren drei Koordinaten beschrieben werden kann.

Diese vierte Dimension ließe sich in gewisser Weise vermitteln, wenn man eine Reihe von „Momentaufnahmen“ der dreidimensionalen Situation in ihrer steten Veränderung aneinanderreihet. (Das entspräche Projektionen, „Schattenwürfe“ in eine niedrigere Dimension.)

Musikalisch gehen wir mit einer solchen Mehrdimensionalität allerdings ganz selbstverständlich um; zum Einen weil die – zunächst schwer vorstellbare – Zeitachse ja als allererstes ausdrücklich notiert wird, zum Anderen weil neben der zweiten Dimension der Tonhöhe noch eine, wenn man so will, dritte Dimension der Lautstärke, eine vierte Dimension der Klangfarbe, und so weiter hinzutritt.

STATION: BitByteBeat

Nullen und Einsen von Michael Bradke

Begriffe und Phänomene

- Binärsystem
- Logik, speziell zweiwertige Logik

Beschreibung

Ein Papierstreifen wird mit senkrechten Strichen bemalt – eigentlich ein Barcode. Dieser Streifen wird durch eine Lesemaschine gezogen: Wo ein Strich ist, erklingt ein Ton. Zwei Spuren laden zum gemeinsamen Spielen und Kombinieren zweier Klänge ein. Musikalisch haben wir es mit dem Ablauf *einer* linearen Zeitdimension zu tun – dem rhytmischen Ablauf eines Musikstückes.

Zur Nachbearbeitung / zum Weiterspielen / zum Basteln:

Null und Eins repräsentieren in der Logik als Werte auch die Aussagen "Nein" bzw. "Ja". In gewisser Weise lässt sich damit auch rechnen.

Es gibt aber auch Fragen, auf die sich nicht so einfach mit "Ja" oder "Nein" antworten lässt!

Als kleines Beispiel zwei Listen mit verschiedensten Fragen, deren Antworten sogar zu einem solchen binären Muster führen kann, welches sich dann in Töne kleidet

Fragebogen1

Ist ein Hund ein Tier?
Hat ein Tag auf der Erde 27 Stunden?
Bist Du ein Mädchen?
Isst Du gerne Pizza?
Hast Du Dich heute schon am Rücken gekratzt?
Warst Du heute in der Schule?
Scheint jetzt die Sonne?
Bist Du heute schon rückwärts gegangen?
Ist heute ein gerader Montagstag?
Bist Du zu ersten Mal im Kindermuseum?
Hast Du Geschwister?
War vorgestern Mittwoch?
Ist morgen Samstag?
Hast Du einen Euro bei Dir?
Hast Du dunkle Haare?
Hörst Du gerne Radio?
Wohnst Du in einem ungeraden Bezirk?
Hast Du ein Haustier?

Kennst Du jemanden, der am gleichen Tag Geburtstag hat wie Du?
Spielst Du ein Musikinstrument?
Kannst Du das Alphabet rückwärts aufsagen?
Kannst Du beim Zählen jede dritte Zahl auslassen?
Bist Du mit Deiner Schulklasse hier?

Fragebogen 2

Ist das eine Ja/Nein Frage?
Wie viel ist 2+2?
Bist Du ein Bub oder ein Mädchen?
Ist die Antwort auf diese Frage Ja?
Ist die Antwort auf diese Frage Nein?
Besteht diese Frage aus sechs Wörtern?
Klingt das logisch?
Gibt es ein Loch ohne Rand?
Kann eine Frage falsch sein?
Ist 17 viel?
Kann ein Computer zählen?
Hat es die Zeit immer schon gegeben?
Gibt es etwas außerhalb des Universums?
Kann man mit dem Aufhören beginnen?

Und zum Abschluss eine ganz berühmte Frage:

Der Friseur eines Dorfes wäscht die Haare von allen Dorfbewohnern, die sich nicht selbst die Haare waschen.
Wäscht sich der Friseur die Haare selbst?

STATION: SpielWerk

Musik vom ersten bis zum letzten Loch und: wie klingt mein Name? von Robert M. Weiß

Begriffe und Phänomene

- Dimension
- x-Achse
- y-Achse

Beschreibung

Ein Papierstreifen wird gelocht und damit eine Spieluhr programmiert. Zum eindimensionalen Rhythmus tritt nun die Tonhöhe als weitere musikalische Koordinate hinzu. So können aber auch grafische Figuren hörbar gemacht werden, wie zum Beispiel der Schriftzug des eigenen Namens.

Wird der Papierstreifen zu einer Schleife geklebt, wiederholt sich die Musik, wird die Schleife überkreuzt zusammengeklebt, ergibt sich ein Möbius-Band, eine topologische Struktur „ohne Rückseite“, was für die darauf programmierte Musik bedeutet, daß sie im selben Durchlauf auch noch in ihrer Umkehrung erklingt, die Melodie also „auf dem Kopf steht“.

Zur Nachbearbeitung / zum Weiterspielen / zum Basteln:

Solche Kammspielwerke finden sich auch in Musik-Spieldosen. An Stelle der Lochstreifen treten dann kleine, in einer Walze steckende Stifte, die das musikalische Programm repräsentieren - auch sie können verschieden gesteckt, um-programmiert werden.

Hier wird hörbar, was sichtbar ist - und umgekehrt: die graphische Kontur einer Melodie - die musikalische Kontur eines Schriftzuges.

STATION: MöbiusSchleife

Eine Welt ohne Rückseite. Verändertes von Werner Moebius

Begriffe und Phänomene

- Möbiusband
- Topologie

Beschreibung

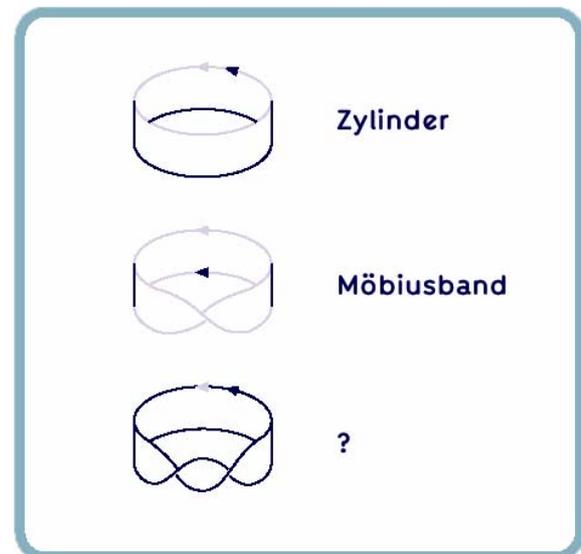
Ein Papierstreifen lässt sich zu einer Schleife kleben - genau genommen haben wir es dann mit einem Zylinder zu tun. Was am Streifen Vorder- und Rückseite war, ist nun Aussen- und Innenseite. Was aber, wenn vor dem Zusammenkleben eine Drehung in den Papierstreifen gerät? Dann findet die Vorderseite ihre Fortsetzung auf jener Oberfläche, die zuvor die Rückseite war! Wir können nun also in einem Zug, ohne über einen Rand zu müssen, die komplette Fläche des Papierstreifens entlanggehen. Mit einem Bleistift lässt sich das ganz einfach zeigen: - ein Strich kann ohne abzusetzen gemalt werden, so lange bis man an dessen Anfang zurückkehrt. Dann zeigt sich, dass an jeder Stelle des Bandes auch schon ein Strich auf der Rückseite ist!

Zur Nachbearbeitung / zum Weiterspielen / zum Basteln:

Ein Experiment: Was passiert, wenn man ein Möbiusband der Länge nach zerschneidet? Hat man dann zwei Bänder? Und was passiert, wenn man diesen Vorgang wiederholt?

Eine Schleife heisst in der aktuellen Musik Loop - die Wiederholung eines kurzen musikalischen Teils. Der Name kommt tatsächlich von so einer Bastelarbeit: Tonbandstücke wurden zu Schleifen geklebt und immer wieder abgespielt: eine Ostinatfigur!

Gibt es nun in der Musik so etwas wie eine Möbiusschleifen-Situation? - wir haben sie eben in der Station "SpielWerk" gehört und gesehen!



STATION: DJ „zyx“

Der Vorstoß in die nächste Dimension! Aufgelegt von Werner Moebius

Begriffe und Phänomene

- X - Achse
- Y - Achse
- Z- Achse
- Schlagbilder beim Dirigieren

Beschreibung

Einmal richtig DJ sein - und das mit den modernsten technischen Geräten! Ein Synthesizer (also eine Maschine zur Erzeugung künstlicher Klänge), mit dem man musizieren kann, ohne ihn anzugreifen! Berührungsfrei wird durch das Bewegen der Hand in allen drei Dimensionen der Klang des Synthesizers verändert und gesteuert. Dazu gibt es das "klassische" Instrumentarium an DJ-tools: ein Mischpult mit Überblendregler (cross-fader) und natürlich den Plattenspieler, ob CD oder LP, der mit dem Tonträger und der darauf befindlichen voraufgezeichneten Musik zu einem neuen Musikinstrument wird, indem händisch die Abspielgeschwindigkeit der Platte beeinflusst, manchmal sogar die Drehrichtung umgekehrt wird: scratching!

Zur Nachbearbeitung / zum Weiterspielen / zum Basteln:

Bisher haben wir zwei Achsen eines Koordinatensystems kennengelernt: die x-Achse, in deren Richtung wir die Zeit notieren, auf der BitByteBeatmaschine als Rhythmus auslesen und auf den Lochstreifen des Spielwerkes für das Festlegen der zeitlichen Abstände der Töne verwenden.

Und die y-Achse, in deren Richtung wir die Tonhöhenunterschiede festlegen.

Aus dem zweidimensionalen Papierstreifen erheben wir uns in den Raum, belegen die 3 Achsen mit anderen Parametern und können über geeignete Fühler (hier Infrarot) die Handbewegungen in die entsprechenden musikalischen Veränderungen umsetzen.

Ein Dirigent tut vielleicht ähnliche Dinge: er steuert musikalische Abläufe. Aber: nützt er dabei wirklich alle drei Dimensionen? Zeichnet er seine "Schlagbilder" nicht doch nur nach rechts und links, oben und unten in eine "Schlagebene" - weil die Musiker eine Bewegung auf sie zu und von ihnen weg im Konzert gar nicht so gut wahrnehmen könnten?

III. 2. b. Strukturen in Musikstücken: Komponieren: Kompositionsparameter

Der Begriff des Parameters als „Schraube in einer Formel, an der man drehen kann“ ist uns schon im physikalisch-akustischen Zusammenhang der Tonhöhe begegnet. Hier, in einem abstrakteren mathematischen Sinne, gehen wir davon aus, dass auch Kompositionen teilweise in Gestalt von symbolischen Regeln „formuliert“ werden können, dass sie Algorithmen folgen, „Kochrezepten“ sozusagen, oder, wissenschaftlicher ausgedrückt, „Lösungswegen“.

„Man nehme... und verfähre damit wie folgt...“ ist das Wesen einer solchen Formulierung.

STATION: Variationskasten

Bruder Jakob steht Kopf! von Michael Bradke

Infos vor dem Spaltensatz

Begriffe und Phänomene

- Kongruenz
- Symmetrie
- Transformation
- Variation
- Krebs
- Umkehrung

Beschreibung

In einem dunklen Raum hängen Kopfhörer und eine Taschenlampe. An einer Wand findet sich – grafisch notiert - das erste Motiv der Melodie von „Bruder Jakob“. Dieses sehr einfache Motiv ist auch horizontal und vertikal gespiegelt, entlang der Zeit- sowie entlang der Tonhöhenachse gestreckt bzw. gestaucht, sowie entlang der beiden Achsen Achsen „gezoomt“ in insgesamt 10 Varianten zu sehen. Wird ein Motiv mit der Taschenlampe angestrahlt, erklingt das Motiv! Die SpielerInnen können aus den 10 Formen neue Stücke zusammenbauen.

Zur Nachbearbeitung / zum Weiterspielen / zum Basteln:

Wie im Piktogramm angedeutet läßt sich die Kontur dieses ersten Motivs des Liedes als Dreieck sehen, das an einer vertikalen Achse („Krebs“), einer horizontalen Achse („Umkehrung“), sowohl an der horizontalen als auch an der vertikalen Achse gespiegelt werden kann („Umkehrung des Krebses“) Die beiden letzteren Operationen sind aber in beliebiger Reihenfolge durchführbar (kommutativ) und führen zu immer gleichen Resultaten, Sprachlich finden wir das in der Formulierung : „Der Krebs der Umkehrung ist gleich der Umkehrung des Krebses.!

III. 2. c. Strukturen in Musikstücken: Komponieren: Kompositionsstrukturen

Die Strukturen in einer Komposition werden als die musikalischen Elemente mit der längsten Zeitausdehnung erlebbar. Teile der musikalischen Form stehen untereinander in wohlproportionierter Beziehung, Begriffe wie Periode oder Sequenz sind uns wieder gleichermaßen aus Musik und Mathematik bekannt.

STATION: WalzerWürfelspiel

Man kann auch komponieren lassen... eine Leihgabe des Hauses der Musik.

Info´s vor dem Spaltensatz

Begriffe und Phänomene

- Kombinatorik

Beschreibung

Durch Würfeln werden aus einer Tabelle verschiedene musikalische Elemente ausgewählt, die die ersten, zweiten, dritten Abschnitte eines Walzers bilden. Diese Elemente müssen natürlich so beschaffen sein, dass jedes erste mit jedem zweiten u.s.w. zusammenpasst. Die neuen Kombinationen liefern immer wieder neue musikalische Ergebnisse – auch Wolfgang Amadeus Mozart hat ein solches Spiel entworfen.

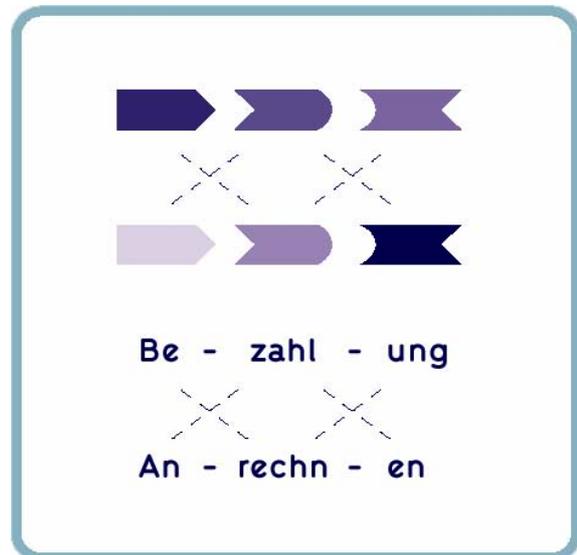
Zur Nachbearbeitung / zum Weiterspielen / zum Basteln:

Wer hat nun diese Musik komponiert? Meister Zufall? Der Spieler? Oder der Gestalter des Spieles?

Jedenfalls muss gewährleistet sein, dass jedes denkmögliche Zusammentreffen von musikalischen Elementen einen musikalischen Sinn ergibt – darum muss sich der Gestalter des Spieles kümmern. Er liefert, programmiert sozusagen den Algorithmus für die Komposition, die von jemand anderem realisiert wird.

Es gibt Kartenspiele mit z. B. in drei Teile zerlegten Autos, deren Vorder-, Mittel- und Hinterteile zwar der Größe nach zusammenpassen, aber höchst merkwürdige Zusammenstellung ergeben, wie den Vorderteil eines Caterpillars mit dem Mittelteil einer Hochzeitskutsche und dem Hinterteil eines Tiertransporters...

Vorderteil bleibt aber immer Vorderteil (und Brautkleid bleibt Brautkleid)...



„... wer mit wem ...“

Beim Walzerwürfelspiel kannst Du 8 mal aus 6 Möglichkeiten auswählen.

Das ergibt $6 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 6 = 6^7 = 1.679.616$, also Einemillionsechshundertneunundsiebzigtausendsechshundertsechzehn Möglichkeiten. Das ist ungefähr so viel, wie es Wienerinnen und Wiener gibt! So könnte es, falls ganz Wien die Ausstellung besucht, für jeden einen eigenen Walzer geben.

Aber wie wahrscheinlich ist es, dass doch der gleiche Walzer zweimal gewürfelt wird?

Unglaublich, aber wahr: Schon bei 1527 Kindern ist es wahrscheinlicher, dass zwei Kinder denselben Walzer würfeln, als dass alle Walzer verschieden sind.

... und zum langsamen Nachlesen ...

STATION: LoopDisco

Musik auf Schritt und Tritt. Ein klingender Teppich von Michael Bradke

Begriffe und Phänomene

- Loop
- Ostinato
- Overdub
- Remix

Beschreibung

Unter einem großen Teppich sind Trittkontakte montiert. Wenn man auf einen der Kontakte tritt, wird ein Klang und ein Disco-Licht ausgelöst. Das Licht scheint auf die Stelle des Teppichs unter welcher der Kontakt liegt, so dass man ihn leicht wiederfinden kann. Als Klänge stehen „Loops“ aus dem Techno/HipHop Bereich zur Verfügung, kleine musikalische Muster. Mit diesen Klangkomponenten ist es möglich, durch regelmäßiges Aneinanderreihen, Pausen und gezielte Einwürfe ein komplettes Musikstück zu produzieren.

Zur Nachbearbeitung / zum Weiterspielen / zum Basteln:

Der musikalische Komponierprozess hatte immer schon eine sehr handwerkliche Komponente, die sich im passenden Aneinanderfügen von (teilweise vorgefertigten) Elementen und Modulen zeigte. Moderne Aufnahme- und Wiederganetechniken ermöglichen es heutzutage, solche Vorgänge nicht durch mühsames Anschreiben von Notenmaterial, einproben und anschließendes Aufführen dem Zuhörer zu vermitteln, sondern durch direkte Arbeit mit dem aufgenommenen Klangmaterial vorzunehmen. So können auch spontan improvisierte, einmalige musikalische Äußerungen zur Basis von Musikstücken werden, die auf diese Art und Weise produziert wurden. Diese Möglichkeiten wirkten aber auch auf Struktur und Stil der Musik zurück: kurze Teile wurden nun in Schleife abgespielt – was früher ein Ostinatobass war, wird jetzt zur Bass-Groove, worauf weitere Spuren im Overdub-Verfahren Schicht für Schicht gelegt werden. Soganannte Loop-Player gestatten, diese Vorgänge in Echtzeit vorzunehmen.

Der nächste Schritt ist nun, dem Publikum die Hoheit über die Auswahl der „aufzudoppelnden“ Overdub-Elemente zu geben – passender Weise gleich mittels jener Bewegungen, die durch solche Musik eigentlich auch ausgelöst werden sollen.

IV. Anwenden und Spielen

Letztlich sollte es erfahrbar werden, dass Musik mehr ist als nur Mathematik, oft aber auch viel Mathematik in den Voraussetzungen für das Spielen der Musik und mit der Musik steckt. Sie steht hinter der Entwicklung von Software, von Instrumenten, von Tonaufzeichnungs- und Wiedergabegeräten, die steht hinter der Rundfunktechnik, und ihre Hilfe für die Musik, beispielsweise im berechnenden Umgang mit Raumakustik ist aus der modernen Architektur nicht mehr wegzudenken.

STATION: gameboy music club

Schnelle Finger gefragt... Ein Programm von Wolfgang Kopper

Begriffe und Phänomene

- Loop
- Sample
- Remix
- Layer

Beschreibung

Spätestens seit den 80er- und 90er-Jahren sind auch in der Popmusik vermehrt Strukturen anzutreffen, die nicht mehr auf einem traditionellen Liedaufbau (Einleitung, Strophe, Refrain, Zwischenspiel) basieren. Es kann z.B. ein einzelner Takt immer wiederholt werden, und das eigentliche Musikstück entsteht durch Hinzufügen oder Wegnehmen von Teilen und/oder durch kontinuierliche Klangveränderung.

Das Musikprogramm "Nanoloop" für den Nintendo Game Boy ist ganz ausgezeichnet für diese Art des Musizierens geeignet.

Das Kernstück bildet ein 16-Step Sequenzer (16 Steps bedeutet z. B. 16 Sechzehntel, also ein Takt; ein Sequenzer ist eine Maschine oder ein Programm, das eine Folge von Tönen abspielen kann) mit grafischer Oberfläche. Hier kann man 3 Instrumente beliebig miteinander kombinieren, und für jeden der 16 Schritte Parameter wie Tonhöhe, Tonlänge, Tondauer, Lautstärke, Panorama (ob der Ton von links, rechts, oder aus der Mitte kommt) und verschiedene Effekte einstellen.

Man kann das Ergebnis in einem sogenannten Pattern abspeichern, und bei Bedarf mehrere Pattern zu längeren Strukturen zusammenfügen.

Nanoloop ist durch die grafische Benutzeroberfläche sehr einfach zu verstehen und zu bedienen, und führt in kurzer Zeit zu ansprechenden Ergebnissen.

Zur Nachbearbeitung / zum Weiterspielen / zum Basteln:

<http://www.nanoloop.de/> - have fun!

STATION: Groovebox

Mehr als nur Mitsingen... Eine Starmaschine von Diana Levin

Begriffe und Phänomene

- Karaoke

Beschreibung

Ein bis zwei Kinder können selbst zum Mikrophon greifen und zu ausgewählten Liedern den Lauftext mitsingen oder improvisieren. Ihre Darbietung wird von einer Videokamera aufgenommen, sie können sich selbst sehen, ihr Auftritt wird aber auch nach außen projiziert.

Anders als beim üblichen Karaoke, wo z.B. Städteaufnahmen oder ähnliches als Hintergrundvideo zum fortlaufenden Text gezeigt wird, haben die BesucherInnen die Gelegenheit sich selbst ins Videobild einzubringen. Aus den 4 verschiedenen Hintergrundrollen vor denen sie stehen, können sie sich eines auswählen, zum Mikrophon greifen und aktiv in 2 Phänomenen Protagonist sein. Im geschütztenkleinen Raum, Teil des Karaokespiels, und für die anderen Besucher außerhalb der Box Teil eines Musikclips bzw. Liveauftritts.

Zur Nachbearbeitung / zum Weiterspielen / zum Basteln:

Karaoke setzt sich aus (jap.) "Kara von Karappo (was soviel wie leer oder fehlend bedeutet) und aus "oke" von "okestura" (orchester) zusammen.

Karaoke ist vermutlich in einer Snack-Bar in Kobe entstanden. Man sagt, daß der Besitzer, um einen Gitarristen, der krankheitsbedingt seinen Auftritten fernbleiben mußte, zu ersetzen, Tapes mit Aufnahmen von dem Musiker vorbereitete, zu dem der Sänger dann auftreten konnte.

Von dort breitete sich das Phänomen aus, denn Japaner feiern gerne, vor allem wenn gesungen wird, dabei ist es nicht von Belangen ob jemand singen kann oder nicht, denn ein falscher Ton kurbelt den Humor an.